BERICHT

über die

Ergebnisse

einiger

dioptrischer Untersuchungen.

Vom

PROF. JOSEPH PETZVAL.

PESTH, 1843.
Verlag von Conrad Adolph Hartleben.

VORREDE.

Die ursprüngliche Bestimmung der gegenwärtigen Schrift war, als Bericht an Se. kais. Hoheit den durchlauchtigsten Herrn Erzherzog Ludwig, unter und durch dessen gnädigsten Schutz hauptsächlich die in derselben besprochenen dioptrischen Arbeiten zu ihrer grossen Ausdehnung gebracht wurden, zu dienen. Allein auch von vielen andern Seiten erfuhren meine Bemühungen so viel, theils thätiges förderndes Wohlwollen, theils freundliches Interesse und gütige Anerkennung, dass ich es für meine Pflicht hielt, auch meine Freunde von dem Inhalte und Umfange meiner Arbeiten, wie auch den populärsten Hauptresultaten in Kenntniss zu setzen.

Es wäre sogar mein Wunsch, dass dieser Aufsatz nicht nur gelehrte Männer vom Fach, sondern auch das sehr zahlreiche

Publicum gelehrter Dilettanten interessiren möge, da es sich in demselben um Erfindungen handelt, die, obwohl wissenschaftlicher Natur, doch auf eine bereits sehr gemeinnützig und populär gewordene, und es täglich mehr werdende Kunst, nämlich die practische Optik, Einfluss nehmen, die zu ihrem Gedeihen der Theilnahme eines zahlreichen Publicums bedarf.

Man wird es mir gerne glauben, dass es für mich eine etwas schwierige Aufgabe war, eine allgemeiner interessiren sollende Abhandlung mit Formeln und Lehrsätzen zu schreiben, und diess zwar in unserer praktischen Zeit, wo selbst beinahe alle Gelehrte in der Meinung übereinstimmen, dass die analytische Optik eine Wissenschaft sei, deren Werth überhaupt von dem Erfolge der mit ihr verbundenen Kunst abhängt, daher verlangen, dass man dieser Tafeln gebe und nicht Lehrsätze — praktische Resultate und nicht Formeln.

Ich meine sie gehörig gelöst zu haben, indem ich bloss solche Sätze auswählte, die den Stempel der praktischen Wichtigkeit an der Stirne tragen, und bei welchen jeder

verständige Künstler, der sich die Mühe gegeben hat, durch eigene Leistungen den Bereich seiner Kunst zu erweitern, vermuthlich sagen wird: Siehe da! diess hätte ich wissen sollen, wie manchen Aufwand an Geld und Arbeit hätte ich erspart! — Freilich erfährt der Leser hiemit nicht einmal die nützlichsten, viel weniger alle nützlichen Lehren der aus den fraglichen Untersuchungen hervorgehenden Wissenschaft; denn oft ist ein mit Worten nur unvollständig erklärbarer analytischer Umstand, eine Form der Gleichungen, bei weitem praktisch einflussreicher, als der einfachste und eleganteste Lehrsatz, ja es kann fast allgemein behauptet werden, dass gerade wissenschaftliche Wahrheiten von der höchsten umfassendsten praktischen Wichtigkeit sich der unmittelbaren Anwendung entziehen, so wie der Feldherr, der seine Armee zum Siege führt, nicht nothwendigerweise selbst schiesst und sticht.

Gerne hätte ich über die Verbesserungen, die im Einzelnen, dem Fernrohre, dem Mikroskope, der Camera obscura u. s. w. bevorstehen, hier einiges Nähere angege-

ben; unterliess diess jedoch bei reiferer Überlegung als zu voreilig, denn ich könnte jetzt nur sagen, was die Theorie verspricht, was hievon aber die Kunst erfüllen wird, ist mir unbekannt. — Ich laufe demnach Gefahr, meinen Lesern das schöne Camera obscura-Luftbild der Wissenschaft — zu zeigen, das an den Stoff vollständig zu binden, wohl nie gelingen wird, und fände sich auch im günstigsten Falle das reine blanke Silber der Kunst und der Daguerre'sche Zauberspruch, der es darauf bannt, so könnten sich doch die Meisten getäuscht sehen, einigen Unterschied findend zwischen Original und Copie — Ideal und Wirklichkeit. — Jenes lebendig und glühend in schönster Farbenpracht — diese leblos findend und grau.

Es soll daher die Wissenschaft selbst in ihrer eigenen gediegenen Sprache das Ziel bezeichnen, dem sich die Kunst im Anfange mit schnelleren — dann immer langsamer werdenden Schritten fortwährend nähern wird, sich wechselweise auf Verbesserungen in der Mechanik, Glasfabrikation, Uhrmacherkunst, neue Erfindungen im Gebiete der Physik, Daguerreotypie u. s. f. stützend,

ohne jedoch dieses Ziel je zu erreichen. Darum ist es mein Wunsch, diese Arbeiten alsobald zu veröffentlichen, wenn sie die Ausbildung erlangt haben werden, die der Achtung entspricht, welche der Schriftsteller seinem Publicum schuldig ist.

Vorläufig will ich bloss sagen, dass die Theorie bedeutende Fortschritte der Kunst als möglich anzeige, nicht nur bei den bisher weniger beachteten und, wenn ich mich des Ausdrucks bedienen darf, beinahe verwahrlosten Gegenständen, wie das Sonnenmikroskop, die Camera obscura, das Galiläische Fernrohr, sondern auch den begünstigteren: dem gewöhnlichen astronomischen Fernrohre, dem zusammengesetzten Mikroskope. — Sie wird ferner (und diess scheint schon an sich, ohne Rücksicht auf mögliche Verbesserungen werthvoll genug) sich für den Künstler zum sicheren Führer und Piloten gestalten, wird ihm jederzeit den Grad der geographischen Länge und Breite angeben, unter welchem er sich auf dem Gebiete der Kunst befindet, so wie den kürzesten Weg zum Ziele und seine Entfernung davon. — Dem beurtheilenden Kunstkenner aber

wird sie einen bestimmten unverrückbaren Standpunkt anweisen und eben dadurch jeder gediegenen künstlerischen Leistung, ohne Rücksicht auf Namen und Autorität, die gerechte Würdigung sichern.

Man wäre sehr im Irrthume, wenn man glauben würde, diess alles benöthige ja nicht erst der entwickelteren Theorie, sondern sei ohnehin schon dagewesen. — Der Optiker besitzt bis jetzt kein Kennzeichen sich zu überzeugen, ob der höchste Grad der mit den angewandten Mitteln erreichbaren Vollkommenheit auch wirklich erreicht; ob sohin ein ferneres Experiment erspriesslich sei oder unnütz; ferner kennt er beinahe durchaus nicht den Grad der Vollkommenheit, dessen irgend eines seiner Erzeugnisse bei gewisser Anordnung der angewendeten Mittel fähig ist. So auch der Kunstkenner — auch dieser sieht eben mit dem gewöhnlichen gesunden Menschenauge durch das Instrument und wird nach sorgfältiger Beachtung aller Umstände, deren Kenntniss ihn eben zum Kunstkenner macht, mit viel Gewissheit sagen, welches von zwei gleich gebauten Fernröhren das bessere sei.

Man gebe ihnen aber nur zwei Fernröhre von gleicher Öffnung und verschiedenen Brennweiten des Objectivs und er wird — so er ein wahrheitsliebender Mann ist, die Unsicherheit seines Urtheils eingestehen. Er weiss wohl, dass das Instrument mit der längeren Brennweite an Schärfe und Vergrösserung mehr leisten solle, er weiss aber nicht in welchem Grade. Er befindet sich ganz in der Lage eines Ingenieurs, der nach dem blossen Augenmasse, ohne Hülfe des Nivellir - Instrumentes, den Höhenunterschied zweier Örter anzugeben hat. Welche Irrthümer können da unterlaufen! — er kann **A** höher halten als **B**, während **B** höher ist als **A**. Manchmal kann es sich sogar ereignen, dass ein gewisses leises, nicht einmal eingestandenes Interesse in ihm vorwaltet, **A** höher zu finden als **B**. Und ganz natürlich entwickelt sich der Gedanke: Vielleicht ist **A** höher als **B**. Dieses vielleicht einigemal gedacht, addirt sich zu gewiss, und endlich erscheint das ganz unparteiische Urtheil: „Gewiss ist **A** höher als **B**.“ Es liesse sich behaupten, dass in einem, seiner Natur nach so mathematischen, und doch von

dem Lichte der exacten Wissenschaft so wenig beschienenen Gegenstande, selbst der unparteiische Beurtheiler nur ausnahmsweise und zufällig ein richtiges Urtheil selbst bei dem besten Willen zu fällen im Stande sei.

Um das Gleichniss ganz zu erschöpfen, liesse sich noch bemerken, dass doch ein kleiner Unterschied in der Lage des Ingenieurs und des optischen Kunstkenners sei. Der Ingenieur hat in letzterer Instanz mit einem eigensinnigen Elemente, dem Wasser zu schaffen, welches in starrköpfiger Nichtbeachtung aller Autorität sich nach keinem Urtheil richten will, sondern nur nach dem Niveau. — Optische Kunstwerke dagegen sind gefügiger; denn sie lassen von sich reden, was man will, und sehen den Beurtheiler nach wie vor mit ihren grossen klaren Augen heiter an, und sagen nichts.

Das Nivellir-Instrument nun, zur Abwägung der Vorzüge eines solchen Erzeugnisses, wird die Theorie angeben. Sie macht uns nämlich zuvörderst mit den allgemeinen Eigenschaften des, von einem beliebigen Linsen- oder Spiegelsysteme erzeugten Bildes, mit deren Auseinandersetzung sich ge-

genwärtiger Tractat zum Theil beschäftigt, bekannt, — ebenso mit den specielleren Eigenthümlichkeiten der Bilder derjenigen Combinationen, welchen ein gemeinsamer — in analytischer Sprache ausdrückbarer — Charakter entspricht, wie: Fernrohr, Mikroskop, Camera obscura.

Auf die Kenntniss jener Eigenthümlichkeiten gestützt, schreitet nun der rechnende Optiker zur Bestimmung der Dimensionen einzelner Individuen, denen er durch gehörige Wahl und Anordnung geeigneter Mittel sämmtliche Tugenden eines optischen Apparates, als da sind: Vergrösserung, Lichtstärke, Gesichtsfeld, Schärfe u. a. m. in gehöriger dem Zwecke jedesmal entsprechender Mischung zu vertheilen sucht.

Wären nun jene Vollkommenheiten je durch eigene Mittel unabhängig von einander zu erreichen, so hätte der Mathematiker sich offenbar in den meisten Fällen die Aufgabe stellen, jede derselben für sich zum Maximum oder wenigstens zu einem bedeutenden Grade zu erheben. — Allein dem ist nicht also, — die erwähnten Eigenschaften sind untereinander im Widerstreite und

schliessen sich zum Theil gegenseitig aus. Die Vergrösserung ist nur auf Kosten der Lichtstärke und des Gesichtsfeldes, — die Lichtstärke zum Nachtheile der Vergrösserung zu erhalten.

Sehr leicht und mit zum Erstaunen geringem Aufwande lässt sich ein optisches Instrument erzeugen, bei welchem das Gesichtsfeld, — ein zweites, bei welchem die Vergrösserung, — ein drittes, bei welchem die Lichtstärke, — ein viertes, bei welchem die Schärfe des Bildes — sehr hoch getrieben ist; aber ein fünftes zu bilden, das vom ersten das Gesichtsfeld, vom zweiten die Vergrösserung, vom dritten die Lichtstärke und vom vierten die Schärfe des Bildes — besitzt, ist absolut unmöglich.

Desshalb besagt auch eine einzige dieser Tugenden, an einem optischen Apparate gepriesen, noch gar nichts, — desshalb frägt der Sachkenner nie nach dem Gesichtsfelde eines Fernrohres, sondern nach dem Producte aus dem Gesichtsfelde in die Vergrösserungszahl, — desshalb informirt uns auch derjenige, welcher von einem neu erfundenen Mikroskop des Optikers N. Nachricht

gibt und weiter gar nichts sagt, als wie viel Millionenmal es vergrössere, weniger von den Eigenschaften des Instruments, als von dem Umfange seiner Sachkenntniss.

Nicht also der absoluten unerreichbaren Vollkommenheit hat der Erfinder eines Instrumentes zuzustreben, sondern der relativen, die darin besteht, dass es dem beabsichtigten Zwecke am vollständigsten entspreche, so zwar: dass durch keine ohne mehr Aufwand zu bewerkstelligende Änderung eine Erhöhung irgend einer der guten Eigenschaften desselben erzielt werden kann, ohne zugleich eine entsprechende, zweckwidrige Verminderung der andern zur Folge zu haben, und wenn überhaupt noch eine grössere Vollkommenheit möglich ist, — diese nur durch bedeutenderen Aufwand optischer Mittel, etwa mehr oder grössere Linsen, erzielt werden könne.

Das Problem des mathematischen Optikers zerfällt demnach offenbar in zwei Theile. Der erste enthält die selbstgebildete Definition des Apparates, d. h. seines Zweckes und seiner zur Erreichung desselben nöthigen Eigenschaften, und diesen entspre-

chend die Anordnung der einzelnen Theile überhaupt, der andere — die genaue tabellarische Bestimmung der Dimensionen: Krümmungshalbmesser, Linsendicken, Entfernungen u. s. f., — des Einflusses, den ein kleiner in irgend einer der aufgezählten Elemente begangener Fehler auf die Beschaffenheit des Bildes übt.

Ferner die Aufzählung der guten Eigenschaften dem Grade nach und in Zahlen ausgedrückt, die die Theorie als erreichbar, aber auch zugleich als nicht überschreitbar bezeichnet.

Der erste Theil des Problemes ist eben derjenige, in welchem die hohe Wichtigkeit schöner analytischer Formen und allgemeiner Lehrsätze am glänzendsten hervortritt, wiewohl ihrer Natur nach die Theorie in den meisten Fällen weniger darüber Aufschluss ertheilen kann, wie ein Apparat eingerichtet, als vielmehr, wie er nicht eingerichtet werden soll. Der zweite Theil fällt ganz in den Bereich der von der Wissenschaft ausgebildeten, den vorkommenden Formen angepassten Rechenmethoden.

Man wird sich nun wohl schon aus dieser Auseinandersetzung einen, wenn auch nur unvollständigen Begriff von den Vortheilen machen können, welche der Erfinder eines optischen Instrumentes und zum Theile der ausübende Künstler aus der entwickelten Wissenschaft ziehen kann; ich hoffe übrigens in einer Reihe späterer Abhandlungen Gelegenheit zu haben, die Sache in mehreren praktischen Beispielen klarer zu machen und darzuthun, dass, wenn auch die Kenntniss der Theorie nicht nothwendig die Erfindung von Apparaten nach sich zieht, da man ja alle Lehren der Wissenschaft inne haben und doch kein einem bestimmten Zwecke entsprechendes Instrument finden kann, man doch ohne derselben nichts finden wird, was die schon erreichten Leistungen überbietet oder überhaupt auf Vollkommenheit in seiner Art Anspruch macht.

Nicht nur die eben erwähnte tabellarische Bestimmung eines Linsensystemes und dessen Eigenschaften verlangt der Künstler von der Wissenschaft, wenn diese ihm anders alle möglichen Vortheile bringen soll, sondern auch Methoden, sich zu überzeu-

gen, ob er dem erreichbaren Grad der Vollkommenheit des Instrumentes nahe genug gekommen sei.

In vielen Fällen und glücklicherweise gerade bei den gemeinnützigsten Instrumenten lassen sich nun wohl sehr leichte, einfache und in der Regel nur auf das Urtheil des Auges und die Anwendung der gebrauchtesten Hülfsmittel gegründete Untersuchungsweisen der Art auffinden, die allerdings und zwar hauptsächlich in Bezug auf das solche Erzeugnisse brauchende Publicum, welches durch dieselben aller nur wünschenswerther Sachkenntniss theilhaftig wird, ihren Werth haben, ja als ein wirksames Gegengift gegen die Entartung optischer Kunstproducte zu betrachten seyn dürften. Sie genügen jedoch dem Künstler nicht, der nicht wissen will, ob das Bild gut sei oder schlecht, denn diess wäre eine sehr unfruchtbare Kenntniss; sondern auch zu erfahren verlangt, wie gut es sei oder wie schlecht, welche ganz oder zum Theil noch fortzuschaffende Mängel ihm noch anhängen, damit er durch die oft vorhandenen, aus seinen Tabellen zu ziehenden Correctionen an den-

jenigen Elementen, die sich am leichtesten ändern lassen, d. h. Entfernungen um Linsendicken, das noch Fehlende an der Vollkommenheit des Instrumentes ergänzen und so sich selbst von der ungleichförmigen Beschaffenheit des Glases und den kleinen unvermeidlichen Fehlern in der Bestimmung der Eigenschaften desselben, so wie jenen der praktischen Ausführung unabhängig zu machen vermöge. Hiezu werden nun Messinstrumente vonnöthen sein, die grossentheils noch gar nicht vorhanden und somit von der Kunst, unter der Leitung der Wissenschaft, noch zu erfinden sind, welche dann der Künstler bei der Verfertigung, ebenso wie der Kunstkenner bei der Beurtheilung optischer Apparate zu Rathe ziehen wird. Mit einem Worte, die Kunst wird sich noch beträchtlich umbilden müssen, um die reichen Früchte ernten zu können, welche die Wissenschaft verspricht.

Ich sprach zuvor von einer Reihe ähnlicher Abhandlungen, wie diese, und welche der gegenwärtigen folgen sollen. Ich will hier in Kurzem noch ihren Zweck bezeichnen.

**

Zugleich mit den wissenschaftlichen Forschungen im Gebiete der Optik schritten auch die Tabellenrechnungen fort, und ich werde im Verlaufe dieses Jahres im Stande sein, von den zahlreichen zu verschiedenen Zwecken berechneten, in drei Abtheilungen: Fernrohr — Mikroskop — und Camera obscura — zerfallenden Linsencombinationen einige zur Ausführung zu bringen. Dass so der theoretische, wie der praktische Theil dieser weitläufigen, die Kräfte des Einzelnen weit übersteigenden, Arbeiten gleichen Schritt halten konnten, verdanke ich der unverdrossen thätigen Mitwirkung der wackeren Genossen meiner Bemühungen, insonderheit der Herrn Löschner und Hain, dann den übrigen Mitgliedern des k. k. Bombardier-Korps, die an diesen Arbeiten Theil nahmen; ferner auch einigen andern meiner Schüler, namentlich dem Herrn Assistenten Reisinger. Mit Vergnügen ergreife ich diese Gelegenheit, ihnen meinen herzlichsten Dank im Namen der Wissenschaft für ihre wirksame Unterstützung öffentlich auszusprechen. Wahrlich, man muss das Aufreibende ähnlicher Arbeiten kennen, um das

Verdienst dieser meiner braven Freunde und besonders der Erstgenannten ganz würdigen zu können.

Ich hege nun den Vorsatz, so oft einige Linsencombinationen zur Ausführung gebracht sein werden, die als die Repräsentanten der Familie, zu welcher sie gehören, angesehen werden können, sie mit einer ähnlichen Abhandlung wie diese zu begleiten, in welcher eben so die allgemeinen Eigenschaften der Familie, wie hier die von sämmtlichen Spiegel- und Linsensystemen, erörtert werden sollen.

Überdiess wird der Zweck eines jeden Individuums definirt, die diesem Zwecke entsprechenden Eigenschaften aufgezählt, die ganze innere Einrichtung des Instrumentes auseinandergesetzt und die Art des Gebrauches so wie die etwaigen Vorsichten zur Conservirung angegeben werden. Ferner wird hierin auch die Rede sein von denjenigen Prüfungsmethoden, so oft solche vorhanden sind, mittelst welchen man sich überzeugen kann, ob das Instrument wirklich den ihm seiner Natur nach zukommenden Grad der Vollkommenheit besitze.

Ich werde da öfters Gelegenheit haben, mich auf die im gegenwärtigen Aufsatze ausgesprochenen Lehrsätze zu beziehen; dieser wird daher als die Grundlage der übrigen zu betrachten sein.

Wien im Jänner 1843.

BERICHT.

Es war im Jahre 1839, als die wundervolle Daguerre'sche Erfindung bekannt gemacht wurde, und die allgemeine Theilnahme in so hohem Grade erregte, wo ich zuerst von meinem werthen Freunde und Collegen, Professor von Ettingshausen, auf die eigenthümliche Form der Daguerre'schen *Camera obscura*-Objective aufmerksam gemacht und aufgefordert wurde, den Grund derselben zu erforschen *). Ich leitete auch, im Verlaufe des Winters 1840 mit diesem Gegenstande angelegentlich beschäftiget, analytische Untersuchungen ein, mit deren Erfolg ich zufrieden zu seyn Ursache hatte, denn sie gestalteten sich allmälig zu einer neuen, alle Zweige der Dioptrik umfassenden Theorie, deren erstes praktisches Ergebniss jenes zum Porträtiren verwendete Objectiv war, das im Sommer des Jahres 1840 ausgeführt, und seither unter dem Namen des Voigtländer'-

*) Bekanntlich sind die von Daguerre verwendeten Objective achromatische Plan-Convex-Linsen, deren plane Seite dem Object, die convexe dem Bilde zugekehrt ist. Sie besitzen eine Öffnung von 3 Zoll, welche jedoch durch ein vorgesetztes in 3 Zoll Entfernung von der Linse gestelltes Diaphragma auf einen Zoll reducirt wird.

schen Apparates allgemein bekannt wurde. Dieses erste Resultat wurde der Hoffnungen wegen, zu welchen es berechtigte, die Veranlassung, dass mir auf höchsten Befehl Seiner k. k. Hoheit des Herrn General-Artillerie-Directors Erzherzog Ludwig von dem durch mathematische Kenntnisse rühmlich bekannten k. k. Bombardier-Korps die Oberfeuerwerker Löschner und Hain nebst acht im Rechnen geübten Bombardieren zur Disposition gestellt wurden, und ich somit stillschweigend die Verpflichtung übernahm, die damals vorhandenen ersten Keime einer grösseren Theorie zu einem vollständigen harmonischen, und soviel als möglich eleganten Ganzen zu entwickeln, und durch Berechnung von Tabellen auch praktisch nützlich zu machen. Es sind bereits zwei Jahre, seit ich über jene edlen Kräfte disponire, und gegenwärtiger Aufsatz hat den Zweck, über einen Theil, den allgemeinen theoretischen, der erhaltenen Resultate Aufschluss zu geben, insofern als diess durch eine populäre nicht in die Tiefe analytischer Untersuchungen eingehende Darstellung geschehen kann. Es wird hier nöthig seyn, mit wenigen Worten den Zustand der Dioptrik zur Zeit der Veröffentlichung der Daguerre'schen Erfindung zu berühren, um das von uns Geleistete von dem schon Vorhandenen scheiden zu können.

Das Licht hat bekanntlich die Eigenschaft, an der Trennungsfläche zweier heterogener Mittel nach einfachen Gesetzen gebrochen und reflectirt zu werden. Denkt man sich nun eine Reihe solcher Trennungs-

flächen, die sämmtlich durch Rotation gewisser krummer Linien um eine gemeinschaftliche Axe (die Axe des Systems brechender Flächen oder des Linsensystems) erzeugt, gedacht werden können; denkt man sich ferner vor denselben einen Gegenstand, dessen jeder Punct Lichtstrahlen auf die erste jener brechenden Flächen sendet, so wird ein jeder dieser Strahlen nach einer Reihe erlittener Brechungen endlich die letzte jener Flächen verlassen. Kann man nun die Gestalten dieser Flächen d. h. die Krümmungen und die Anordnung derselben so wählen, dass alle Strahlen, die von einem Puncte des Objectes ausgehen, sich auch wieder in einem Puncte vereinigen, so nennt man diesen Punct das Bild des ihm entsprechenden Punctes des Objectes, und den Inbegriff jener Vereinigungspuncte ein Bild des Objectes selbst, die Fläche, in welcher alle jene Vereinigungspuncte liegen, den geometrischen Ort des Bildes. Es ist nun die Aufgabe der Dioptrik, die Mittel d. h. die Krümmung der brechenden Flächen, und deren Anordnung anzugeben, durch welche dasjenige, was eben als Bild definirt wurde, entweder mit absoluter Genauigkeit, oder so diess nicht möglich ist, annäherungsweise erhalten werden kann, so zwar, dass alle von einem Punkte des Objects ausgehende Strahlen zwar nicht wieder in einem mathematischen Puncte, jedoch in einem soviel möglich engen Raume vereiniget werden. Diesen Raum könnte man dem bisherigen Sprachgebrauch zu Folge Kreis der Abweichung, und zwar entweder,

so diese Abweichung eine Folge jener Gestalt ist, Abweichung wegen der Gestalt der brechenden Flächen, und wenn diese Gestalt die der Kugel ist, Kreis oder sphärische Abweichung nennen; oder die Abweichung entspricht einer Verschiedenheit der Brechungsweise von Strahlen verschiedener Natur d. h. von verschiedener Farbe, und dann kommt sie unter dem Namen der chromatischen vor. Oberwähnte Aufgabe der Dioptrik lässt sich daher auch so aussprechen. Es sind die Mittel anzugeben, durch welche Bilder erhalten werden können, bei denen der Kreis jeglicher Abweichung, wenn nicht gleich Null, doch wenigstens so klein ist, als es der jedesmalige Zweck des betreffenden Linsensystems erheischt. Es wird nicht unnütz seyn, anzudeuten, welchen Zweck die Dioptrik hiemit erreichen wolle.

Das vorzüglichste und vollkommenste Sinneswerkzeug des Menschen ist das Auge. Es ist auch ein dioptrischer Apparat, eine *Camera obscura*. Ein System brechender Flächen erzeugt von dem Gegenstande ausser uns auf der Netzhaut ein Bild, daher die Empfindung des Sehens. Aber selbst dieses vollkommenste Sinneswerkzeug ist gewissen Beschränkungen, es wäre unpassend zu sagen: Unvollkommenheiten unterworfen, weil es keine Unvollkommenheit ist, dass sich gegenseitig ausschliessende Eigenschaften in einem und demselben Wesen nicht vereint vorhanden seyn können. Unserem Gesichte entschwinden nämlich Gegenstände, die unter einem zu kleinen Gesichtswinkel erscheinen, deren Bild

somit auf der Netzhaut unter eine gewisse Grösse herabsinkt, wenigstens unterscheiden wir in solchen Gegenständen keine Details mehr. Aber auch bei Objecten, wo der Gesichtswinkel beliebig gross gemacht werden kann, dadurch, dass man sie dem Auge nähert, steht dem deutlichen Sehen ein anderer Umstand entgegen. Je näher nämlich der Gegenstand an die Kristallinse des Auges rückt, desto weiter entfernt sich der Wiedervereinigungspunct der Strahlen von derselben, und fällt sehr bald über die Netzhaut hinaus. Dem Schöpfer aller Dinge mochte es nicht zweckmässig erscheinen, die menschlichen Augen mit Auszugröhren zu versehen, und daher kömmt es, dass man aufhört deutlich zu sehen, wenn der Gegenstand in einer geringeren Entfernung als 8 Zoll vom Auge gebracht wird. Wir sehen daher weit entfernte, wenn auch grosse Gegenstände nicht deutlich, weil sie oder wenigstens ihre Details unter einem zu kleinen Gesichtswinkel erscheinen, und sehr kleine darum nicht, weil wir sie in Folge der beschränkten Elasticität unseres Auges nicht nahe genug an dasselbe bringen können. Um die Wunder des Himmels und die der Infusorienwelt zu umfassen, müsste der Mensch mit mehreren Sorten von Augen begabt seyn, mit grossen astronomischen Refractor-Augen, und mit kleinen mikroskopischen. Die Vorsehung hat ihn damit nicht versehen, sie gab ihm aber etwas weit Vorzüglicheres, nämlich die Wissenschaft, und hiemit die Fähigkeit, seinem beschränkten Sehvermögen durch künstliche Werkzeuge zu Hülfe zu kommen, und so den Bereich

dieses edelsten Sinnes beinahe ins Unbegränzte auszudehnen. Diese Wissenschaft ist die Dioptrik, das Mittel, dessen sie sich bedient, ist das eben erwähnte. Sie lehrt uns nämlich von dem Gegenstande durch ein schicklich gewähltes System brechender Flächen ein Bild machen. Und in der That, lässt sich ein solches in beliebiger Grösse, Lichtstärke und Schärfe erhalten, so braucht man es ja offenbar nur aus der Entfernung des deutlichen Sehens zu betrachten, um den Gegenstand in allen seinen Einzelnheiten genau kennen zu lernen. Nebst der Erweiterung des menschlichen Sehvermögens bezweckt ferner die Dioptrik seit Daguerre auch noch die Construction geeigneter Apparate zum Fixiren der Bilder. Sie war jedoch in ihrem Zustande zur Zeit der Daguerre'schen Entdeckung, ungeachtet der schönen Leistungen ausgezeichneter Optiker, wie Frauenhofer u. a. m. noch weit davon entfernt, die Mittel zur Erreichung der äussersten Gränze des möglichen Vollkommenen, in welchem immer ihrer vielen Zweige zu besitzen; denn der Theorie fehlte die gehörige Entwicklung.

Man betrachtete nämlich, und diess zwar nur für einige wichtigere Linsensysteme z. B. ein achromatisches Fernrohrobjectiv, einen leuchtenden Punct in der Axe desselben, liess von ihm aus einen Strahl ausgehen, und die erste Linsenfläche in einem Puncte schneiden, dem der noch unbestimmt gelassene Abstand x von dieser Axe entsprach, dieser Strahl musste nun nach erlittener Brechung an allen Flächen die Axe

wieder schneiden in einem Puncte, dessen irgendwoher, z. B. von der letzten Linsenfläche gemessener Abstand eine Function der Coordinate x ist, die nach aufsteigenden Potenzen dieser Variabeln in eine Reihe entwickelt einen Ausdruck von folgender Form gab:

1) $A + Bx^2 + Cx^4 + Dx^6 + \ldots\ldots$

Hier wurden nun A und B gerechnet, und durch schickliche Wahl der Krümmungshalbmesser $B = 0$ gemacht. Die Werthe der übrigen Coefficienten C, D .. kannte man nicht, wahrscheinlich, weil die langen Rechnungen, in welche das Aufsuchen der allgemeinen Ausdrücke, denen diese Coeffcienten gleichgelten, verwickelte, von deren Ausführung abschreckten. Für einen Punct des Objectes, der ausserhalb der Axe des Linsensystemes lag, begnügte man sich gar mit dem ersten Gliede der Reihe, und machte sich überdiess solch eine erste Annäherung durch Rechnen mit nur zwei Dimensionen im Raume bequemer, was man übrigens bei diesem Grade der Approximation zu thun auch vollkommen berechtiget war. Die soweit entwickelte Theorie konnte nun freilich dazu dienen, Linsencombinationen anzugeben, welche ein ganz kleines, nur in der Axe und in geringem Abstande von derselben scharfes, und von den Farben des primären Spectrums freies Bild geben, wie Fernrohr- und Mikroskop-Objective, welche desshalb auch in genügender Vollkommenheit von manchem verdienstvollen Optiker wirklich erzeugt wurden. Aber über den geometrischen Ort, die perspectivische Richtigkeit und andere nicht

unwichtige Eigenschaften des Bildes gab sie nicht den geringsten Aufschluss, und war ganz rathlos bei allen jenen Linsencombinationen, die ein grosses Gesichtsfeld d. h. ein grosses gleichförmig scharfes Bild fordern, wie die dunkle Kammer, das Sonnen-, Gas- oder Lampen-Mikroskop, das galiläische Fernrohr, als Feld- und Theaterstecher verwendet, und zum Theil auch jene Sorten von Fernröhren, welche man Kometensucher nennt. Was der rechnende Optiker nicht vermochte, das bemühte sich der Praktiker auf dem Wege des Versuches zu leisten, wiewohl mit nur geringem Erfolge, er half sich z. B. bei den galiläischen Fernröhren sowohl, als bei den *Camera obscura*-Objectiven so gut es gehen wollte durch Anwendung von Diaphragmen, und erzeugte dadurch wirklich ein leidlich gutes Bild, dem es jedoch sehr an Lichtstärke fehlte, und das auch hinsichtlich anderer Eigenschaften, wie Gesichtsfeld und Ähnlichkeit mit dem Objecte, oder perspectivische Richtigkeit, noch viel zu wünschen übrig liess.

Die Unzulänglichkeit der Theorie wurde nun von den Mathematikern, die sich mit der Dioptrik beschäftigten, allerdings gefühlt, und mehrere fleissige und geschickte Rechner suchten dieselbe hauptsächlich dadurch zu umgehen, dass sie die aus den Gleichungen der ersten, und für Puncte des Objects in der Achse des Linsensystems auch zweiten Annäherung, und mitunter willkürlichen Annahmen gezogenen Werthe der Krümmungshalbmesser nur als erste Approximation betrach-

teten, und mit denselben durch Durchrechnen auf Grundlage der trigonometrischen Grundformeln mit mehreren Strahlen die noch vorhandenen Ungleichheiten so zu sagen massen, und dann durch geringe an oberwähnten Krümmungshalbmessern angebrachten Verbesserungen aufzuheben suchten. Allein die mannigfachen von diesen Männern herrührenden Methoden bereicherten die Wissenschaft auch nicht mit einer einzigen Wahrheit von Wichtigkeit, hatten nur einen sehr beschränkten praktischen Nutzen, und waren sogar in vielen Fällen illusorisch. Wir werden später Gelegenheit haben, einige solche Fälle kennen zu lernen.

Und diess ist im Wesentlichen der Stand der Dioptrik, als Kunst und Wissenschaft, so weit er mir bekannt geworden ist. Schreiten wir nun zur Auseinandersetzung des Inhaltes unserer Arbeiten.

Die Grundlage aller unserer Untersuchungen ist die Auflösung folgender Aufgabe:

Ein beliebiges System brechender oder auch reflectirender Rotationsflächen mit gemeinschaftlicher Rotations-Axe, die man für die Coordinaten-Axe der Z nehmen kann, ist gegeben. Ein Strahl von beliebiger Richtung fällt in einen beliebigen Punct der ersten dieser Flächen ein, wird an dieser und sodann an allen übrigen gebrochen oder reflectirt, und schneidet endlich, nachdem er die letzte verlassen, eine gewisse an derselben Axe gedachte Rotationsfläche in einem gewissen Puncte. Man soll die Coordinaten dieses Punktes, ferner die Winkel, welche dieser gebrochene Strahl mit

den drei Coordinaten-Axen einschliesst, als Functionen ähnlicher, den Einfallspunct in die erste Fläche, und die Richtung des einfallenden Strahles bestimmender Grössen angeben.

Nennt man die Coordinaten des Einfallspunctes x y z, die Winkel, welche die Projection des Strahles auf die Ebenen der x z und y z mit der Axe der z einschliessen, α und β, ferner die ähnlichen Grössen für den gebrochenen oder reflectirten Strahl ξ η ζ, a und b, so sollen ξ η, a b als Functionen von x y, α β angegeben werden, z und ζ liefern dann die Gleichungen der betreffenden Flächen, in welchen die Punkte x y z und ξ η ζ liegen, dazu. Setzt man überdiess x y α und β als kleine Grössen von der ersten Ordnung voraus, so wird man den Functionen ξ η, a und b die Form von Reihen geben können, welche nach aufsteigenden Potenzen und Producten obiger 4 Grundgrössen geordnet sind. Wir haben zwar unsere Reihen nicht nach diesen Grundgrössen geordnet, weil die hieraus hervorgehenden Ausdrücke zu wenig Einfachheit und Symetrie darbieten, jedoch sind die in unseren Rechnungen vorkommenden Symbole von x y α und β abhängig, und mit ihnen von derselben Grössen-Ordnung. Diese Reihen können offenbar nur aus Grössen der 1., 3., 5., 7., etc. d. h. aus Grössen ungerader Ordnungen bestehen, weil ξ η a und b ihrer Natur nach das Zeichen, und nicht den numerischen Werth ändern, wenn x, y, α, β in $-$x, $-$y, $-\alpha$ und $-\beta$ übergehen.

Wären nun die Coordinaten ξ und η ganz genau dieselben für alle Strahlen, welche von einem Puncte eines Objectes ausgehen, so hätte man von diesem ein vollkommenes, in die Fläche, in welcher der Punkt $\xi\eta\zeta$ liegt, fallendes Bild. Unterscheiden sich aber die Werthe jener Coordinaten von einander um Grössen, die mit x, y, α, β, verglichen allgemein der m^{ten} Ordnung angehören, so hat man in eben der Fläche ein Bild, das noch Unvollkommenheiten der m^{ten} Ordnung an sich trägt, und desshalb ein Bild der m^{ten} Ordnung genannt werden kann. Offenbar ist nun solch ein Bild desto vollkommener, je einer höheren Ordnung es angehört, und da nach dem Obigen die Coordinaten $\xi\eta$, somit auch ihre Unterschiede nur Glieder ungerader Ordnungen enthalten, so wird man im Allgemeinen Bilder der 3., 5., 7., 9. u. s. w. Ordnung haben können, je nachdem die noch zurückbleibenden Unvollkommenheiten der 3., 5., 7. und 9. Ordnung angehören. Es ergibt sich hiernach von selbst eine zweite Hauptaufgabe der Dioptrik: Die Bedingungsgleichungen des Vorhandenseyns eines Bildes der 3., 5., 7. und 9. Ordnung zu entwickeln, Bedingungs-Gleichungen, welche man offenbar erhalten wird, die Coefficienten einer gewissen Anzahl von Anfangsgliedern obgedachter Coordinaten-Unterschiede gleich Null, oder vielmehr sehr klein setzend. Jene Glieder wird man wohl Glieder der Abweichung nennen können, und man wird davon mehrere Sorten unterscheiden können.

Man wird sie nämlich zuvörderst eintheilen in Ordnungen; so eingetheilt werden sie der 3., 5. und 7. Ord-

nung angehören, und $=0$ oder sehr klein gesetzt, beziehungsweise die Bedingungs-Gleichungen eines Bildes der 5., 7. und 9. Ordnung geben.

Aber selbst die einer und derselben Ordnung angehörigen Glieder zerfallen zuvörderst in zwei Hauptsorten:

A. Diejenigen, die ihr Daseyn der Gestalt der brechenden Flächen verdanken, und die in dem speciellen und wichtigsten Falle, wo diese Gestalt die der Kugel ist, Glieder der sphärischen Abweichung genannt werden.

B. Diejenigen, welche der verschiedenen Brechbarkeit verschiedenfärbiger Strahlen entsprechen, Glieder der chromatischen Abweichung.

Die der Abtheilung *A* zerfallen wieder in zwei Arten, nämlich die, welche nur auf die Schärfe des Bildes, und jene, die bloss auf dessen perspectivische Richtigkeit d. h. Naturtreue Einfluss nehmen. Erstere sind endlich noch von der Art, dass sie mit den Coordinaten des Einfallspunctes das Zeichen entweder ändern, oder nicht ändern.

Die Glieder der Abtheilung *B* entsprechen schliesslich entweder den Farben des primären, oder jenen des secundären Sonnenspectrums.

Die Werthe der Coordinaten ξ und η sind, wie zu vermuthen stand, sich gegenseitig vollkommen ähnlich und sämmtliche Coefficienten in denselben bezüglich einander gleich, so dass, wenn man selbe in dem Werthe von ξ sämmtlich $= 0$ gesetzt hätte, diess auch allso-

gleich das Verschwinden sämmtlicher Coefficienten von η nach sich ziehen würde. Dasselbe lässt sich auch von den Werthen von a uud b sagen. Ferner besteht auch zwischen a und ξ, b und η zwar nicht eine Gleichheit der Coefficienten, wohl aber eine anderweitige Ähnlichkeit, indem diese Ausdrücke bezüglich nach denselben Potenzen und Producten der Grundgrössen x y α β geordnet vorkommen, ferner finden sich die meisten Beziehungen, welche zwischen den Coefficienten der Coordinaten-Ausdrücke obwalten, auch in denen für die Winkel a und b wieder; daher es uns hier, um die Gränzen eines summarischen Berichtes nicht zu überschreiten, vergönnt seyn mag, bloss die wichtigeren Eigenthümlichkeiten der Coordinaten-Ausdrücke und ihrer Differenzen zu berühren.

Glieder der ersten Ordnung gibt es in dem Werthe von ξ sowohl, als auch von η nur zwei, Glieder der sphärischen Abweichung von der 3. Ordnung sind 10 vorhanden, die sich jedoch schon in Folge des Umstandes, dass die brechenden Flächen Rotationsflächen sind, auf nur sechs von einander verschiedene zurückziehen in dem Sinne, dass die übrigen vier mit diesen sechsen durch sehr einfache Beziehungen verbunden sind, in Folge welcher das Verschwinden dieser sechs das jener vier andern nach sich zieht. Setzt man hiezu noch die Bedingung, dass alle vorhandenen Flächen die Kugelgestalt besitzen, so reducirt sich die Anzahl der von einander unabhängigen Coefficienten in Folge einer neuen hinzutretenden Relation auf fünf.

Glieder der fünften Ordnung bestehen 28, der Umstand jedoch, dass die Flächen Rotationsflächen mit gemeinschaftlicher Axe sind, bringt die Zahl der von einander unabhängigen unter denselben auf, und die Bedingung, dass die Gestalt die der Kugel sey, auf 12 herab, so dass das Verschwinden oder sehr klein werden dieser 12, auch das Verschwinden oder sehr klein werden der übrigen 16 unmittelbar nach sich zieht.

Glieder der siebenten Ordnung sind ursprünglich 60 vorhanden; sie reduciren sich in Folge der combinirten Voraussetzungen der Kugelgestalt und Anordnung auf einer gemeinschaftlichen Rotations-Axe meines Wissens auf nur 20. Da wir mit der Entwicklung derselben eben jetzt erst beschäftiget sind, so können wir nicht mit Gewissheit angeben, ob nicht in Folge einiger uns noch unbekannten Beziehungen diese Zahl der von einander unabhängigen Coefficienten sich geringer stellen werde. Die vielen und complicirten Glieder der neunten Ordnung zu entwickeln, würde beinahe menschliche Kräfte übersteigen, und wenn ausgeführt, ohne allen Nutzen seyn.

Die Glieder der chromatischen Abweichung gehen aus jenen der der Gestalt entsprechenden hervor, indem man von ihnen nach den in ihnen enthaltenen Brechungsverhältnissen die endlichen Differenzen nimmt. Ihre Anzahl und Form ist daher von jener der Abweichungsglieder wegen der Gestalt wesentlich abhängig.

Es lässt sich nun schon mit Leichtigkeit die Zahl der, durch die Krümmungs-Halbmesser brechender Kugelflächen und ihre gegenseitigen Entfernungen, zu erfüllenden Gleichungen angeben, um ein Bild von bestimmter, z. B. der fünften Ordnung zu erhalten. Es müssen nämlich alle Glieder der sphärischen Abweichung von der dritten Ordnung verschwinden oder wenigstens sehr klein gemacht werden, was durch das Verschwinden oder sehr klein werden der fünften oberwähnten von einander unabhängigen Coefficienten erzweckt wird. Hiezu kommen noch zwei Bedingungs-Gleichungen der Farblosigkeit, jene willkürlichen Bestimmungen ungerechnet, welche die Grösse und den Ort des Bildes afficiren, im Ganzen also wenigstens acht Gleichungen.

Um ein Bild von der siebenten Ordnung zu erhalten, wird man alle Coefficienten der Glieder der dritten und fünften Ordnung Null oder sehr klein nehmen müssen, was durch das Null oder sehr klein werden von 5+12 oder 17 unabhängigen Coefficienten, und durch das Stattfinden anderweitiger zehn auf den chromatischen Zustand und Ort des Bildes Bezug habende Gleichungen, im Ganzen also durch erfüllte 27 Gleichungen geschehen kann. Und so steigt die Anzahl der Gleichungen, denen Genüge geleistet werden muss, mit der Ordnungszahl des Bildes in der jähesten Reihefolge, während zugleich ihr Grad immer höher und ihre Form immer verwickelter wird. Hiezu kömmt noch, dass die Elemente der Linsencombination, Krüm-

mungs-Halbmesser und Entfernungen nicht nur aus stets complicirteren Formeln, sondern auch mit immer grösserer Genauigkeit d. h. Stellenzahl gerechnet werden müssen, die ausübende Kunst, die durch Genauigkeit der Ausführung jener der Rechnung entsprechen muss, eine stets schwierigere Aufgabe zu lösen hat, die brechenden und somit auch immer etwas Licht reflectirenden Flächen vervielfältigt werden, was einen immer grösser werdenden Lichtverlust als Folge nach sich zieht, die unvermeidlich in gewissem Grade ungleichförmige Beschaffenheit des Glases, aus welchem die Linsen bestehen, stets mehr und mehr dazu beiträgt, die Wirkung einer genaueren Rechnung und Ausführnng zu vereiteln, endlich die grosse, durch etwaige Überwindung oder Umgehung der aufgezählten Schwierigkeiten erreichte Vollkommenheit des Resultates bereits unserer Beurtheilung entgeht, oder wenigstens nur durch künstlich herbeigeführte Umstände merklich gemacht werden kann, die nicht im Bereich des Nützlichen liegen. Diese Umstände zusammengenommen dürften den Kreis praktischer Rechnungen auf Linsencombinationen mit Bildern der 3., 5. und 7. Ordnung beschränken. Mindestens bleibt es zweifelhaft, ob man je ein Linsensystem berechnen werde mit einem Bilde, welches seiner ganzen Ausdehnung nach der 9. Ordnung angehört; es sey denn, dass die Wissenschaft mit der Zeit Mittel fände, das edelste Sinneswerkzeug des Menschen, das Auge, durch einen künstlichen, noch empfindlicheren physikalischen Apparat zu ersetzen, wie sie dem Gemeingefühl für

Wärme viel verlässlichere Instrumente, das Thermometer, und die mit einem Multiplikator verbundene Thermometersäule substituirt hat.

Dem ohngeachtet ist die Entwicklung der Bedingungsgleichungen eines Bildes der 9. Ordnung nichts weniger als nutzlos, selbst bei dem jetzigen Stande der Wissenschaft; denn abgesehen davon, dass ihre Kenntniss als solche schon einen unschätzbaren Werth hat, ist selbst der praktische Nutzen, welchen man daraus ziehen kann, gar nicht unbedeutend. Sie geben nämlich einen angenäherten Werth der Ergänzung der Gliederreihe der Abweichungen, und dienen zu einer gewissen Art von Ausgleichung zwischen denselben, durch welche das Bild zwar nicht zu einer höheren Ordnung erhoben, aber doch jedenfalls sehr veredelt wird.

Es war leicht vorauszusehen, dass aus der Analyse der oft erwähnten Bedingungsgleichungen mannigfache, bisher unbekannte Gesetze der Dioptrik hervorgehen würden, Eigenschaften ausdrückend, entweder allgemeine allen möglichen Combinationen brechender und reflectirender Flächen angehörende, oder spezielle nur auf Linsencombinationen von gemeinschaftlichem Charakter sich beziehende, auf solche z. B. wo wie bei allen Gattungen von Fernröhren Systeme paralleler Strahlen eintreten, und als nahe solche wieder austreten. Und so ist es auch. Nur lässt sich die Mehrzahl dieser Gesetze ohne genauere Kenntniss der analytischen Formen, deren Aufstellung nicht der Zweck des gegenwärtigen Aufsatzes ist, nicht gut verständlich ma-

chen. Diejenigen allgemeinen Eigenschaften der Linsencombinationen aber, die in populärer Sprache allgemein verständlich vorgetragen werden können, wird man hoffentlich interessant genug finden, um hier eine Stelle zu verdienen.

Ein System aneinanderliegender oder in sehr kleinen Abständen von einander angeordneter, wenn auch noch so zahlreicher brechender oder reflectirender Flächen kann nie ein Bild erzeugen, das sich in seiner ganzen Ausdehnung auch nur zur fünften, vielweniger zu einer höheren Ordnung erhebt. Zur Erzielung eines solchen ist vielmehr die Trennung der Linsen, ist wenigstens eine bedeutendere Entfernung der brechenden Flächen von einander unerlässlich. So gibt kein gewöhnliches achromatisches Fernrohr-Objectiv ein echtes Bild der fünften Ordnung, und würde es auch dann nicht geben, wenn man selbes aus noch so vielen einzelnen, aneinanderliegenden Linsen mit beliebigen Krümmungen zusammensetzen würde. In der Mitte des Gesichtsfeldes, d. h. in der Axe, und in geringer Entfernung davon kann sich zwar das Bild zur besagten, und wenn man die nöthigen Bedingungen erfüllt, auch zu höheren Ordnungen erheben. Allein durch solch eine Veredlung in der Mitte werden die unvermeidlichen einem solchen Linsensysteme seiner Natur nach anhängenden Fehler von da an den Rand des Gesichtsfeldes zusammengeschoben, allwo sie sodann desto kräftiger und ausge-

sprochener zum Vorschein kommen. Erörtern wir ein wenig die Eigenschaften eines Systems aneinander anliegender Linsen.

Man denke sich demnach ein Solches, und lasse es aus beliebig vielen aneinander anliegenden oder in geringe gegenseitige Entfernungen fallenden Rotationsflächen bestehen. Man ziehe durch die Axe des Linsensystems, die wir zugleich für die Coordinatenaxe der z nehmen wollen, die Ebenen der xz und yz; beschreibe ferner aus der Mitte der ersten Linsenfläche mit beliebigem Halbmesser einen Kreis, den die Coordinatenebenen in 4 um je 90° von einander abstehenden Puncten schneiden werden. In diesen 4 und den Mittelpunct des eben erwähnten Kreises als fünften lassen wir von irgend einem Puncte des Objects vor dem Linsensystem, der in der Ebene der xz liegend vorausgesetzt wird, welche wir für den Augenblick die Hauptebene nennen wollen, fünf Strahlen einfallen, deren drei ganz in der Hauptebene liegen werden. Um der Anschaulichkeit wegen einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, wollen wir uns das Object in unendlicher Entfernung vor der ersten Linse, somit alle fünf Strahlen zu einander parallel, drei in der Hauptebene, zwei ausserhalb und auch parallel zu derselben vorstellen.

Sind nun diese fünf Strahlen zugleich parallel zur Axe der z, so werden sie sich ohne Zweifel nach erlittenen Brechungen an allen Flächen endlich, wenn auch, so es nöthig ist, rückwärts verlängert in einem und demselben Puncte vereinigen. Bilden diese Strah-

len aber mit der Axe einen Winkel α, und hat man für ein abweichungsfreies Bild in der Mitte des Gesichtsfeldes durch schickliche Wahl der Krümmungshalbmesser gesorgt, so verhält sich die Sache anders. Die drei Strahlen der Hauptebene kommen nämlich allerdings noch in einem einzigen Punct zusammen; aber alle verschiedenen Werthen von α entsprechenden Vereinigungspuncte dieser Strahlen liegen in einer in die Hauptebene fallenden krummen Linie, deren Krümmung am Scheitel mit jener eines Kreises nahe zusammenfällt, welchen man mit $\frac{1}{4}$ der Brennweite des Linsensystems beschreibt, also in einer Linie von beträchtlicher Krümmung. Die Nebenstrahlen hingegen kommen wieder in einem einzigen Puncte zusammen, und dieser Punct liegt abermals in einer krummen Linie, deren Krümmungshalbmesser jedoch nahe gleich der ganzen Brennweite ist. Das Bild eines leuchtenden Punctes in der ersten Curve erscheint daher nicht als Punct, sondern als leuchtende auf der Hauptebene senkrechte Linie von mit dem Winkel α wachsender Länge. Das Bild desselben in der zweiten Curve hingegen als Linie, die in der Hauptebene liegt. Betrachtet man mittelst eines solchen Linsensystems eine aus concentrischen Kreisen und ihren Durchmessern bestehende Zeichnung, und fängt das Bild derselben mit einem matten Glase auf, so wird man in einer anderen Stellung des letzteren die Kreise, und wieder in einer anderen die Durchmesser scharf und deutlich sehen. Je netter und ausgesprochener ein mit grossem Gesichtsfeld versehenes Fernrohr,

z. B. ein Kometensucher diese Erscheinungen] zeigt, desto sorgfältiger ist sein Objectiv gerechnet und ausgeführt. Ein richtig gebautes Ocular ist allerdings geeignet, diesem Übelstande abzuhelfen, aber die bisher gebräuchlichen sind hiezu untauglich.

Bei Spiegeln modificiren sich die eben beschriebenen Erscheinungen ein wenig. Wenn es nämlich möglich wäre, mittelst einer einzelnen oder eines Systems aneinander anliegender reflectirender Flächen ein Bild der fünften Ordnung zu erzeugen, so würden anstatt der oberwähnten zwei krummen Linien eine Curve mit der ganzen Brennweite als Krümmungshalbmesser, und eine gerade Linie auftreten. Im Übrigen bleibt die Erscheinung dieselbe.

Es ist dem ungeachtet nicht unmöglich mittelst eines Linsensystems von der in Rede stehenden Beschaffenheit oder eines Spiegels ein gleichförmiges Bild von einem gewissen Grade der Schärfe zu erhalten. Nur müssen dann zwei Dinge unumgänglich beachtet werden: 1. das Bild darf sich in der Mitte des Gesichtsfeldes nicht über die dritte Ordnung erheben; 2. zur Erzeugung der verschiedenen Puncte desselben müssen verschiedene Stellen der Öffnung des Flächensystems (Objectives erlaube man mir der Kürze wegen zu sagen) wirksam gemacht werden. Zur Abbildung eines Punctes in der Mitte des Gesichtsfeldes darf nicht die ganze Öffnung, sondern nur eine Stelle in der Mitte derselben, zur Abbildung eines Punctes am Rande eine Stelle des Objectives am Rande concurriren. Belege zu dieser

Behauptung liefern: Das von Daguerre ursprünglich gebrauchte Pariser *Camera obscura*-Objectiv, dessen schon oben Erwähnung geschah, jeder Feld- oder Theaterstecher mit seiner zwischen Objectiv und Ocular hingestellten Blendung. Am klarsten ist diess aber ersichtlich bei einem sphärischen Spiegel. Um mittelst eines solchen ein gleichförmig scharfes Bild zu erzielen, nehme man ein Rohr, dessen Länge gleich dem Krümmungshalbmesser des Spiegels ist, diesen füge man an dem einen Ende des Rohres ein, und versehe das andere mit einer Blendung, deren Öffnung nur ein Bruchtheil, z. B. $\frac{1}{3}$ der Spiegelöffnung ist. Dieser Apparat wird, gegen ein Object gekehrt, offenbar ein gleichförmiges Bild davon geben, dessen geometrischer Ort eine mit dem halben Halbmesser der Spiegelkrümmung erzeugte Kugel ist, weil überhaupt alle von den verschiedenen Puncten des Objects ausgehenden Strahlensysteme genau auf dieselbe Weise reflectirt werden. Allein das Bild dieses Spiegels erhebt sich nicht über die dritte Ordnung, und es sind zur Erzeugung der verschiedenen Puncte desselben verschiedene Stellen der Öffnung des Objectives wirksam. Würde man etwa durch parabolische Krümmung in der Axe eine höhere Ordnung der Schärfe hervorbringen, so wäre es alsobald um die Gleichförmigkeit geschehen, und etwas den eben erwähnten Erscheinungen ähnliches (nicht identisches, weil die parabolische Form den oben ausgesprochenen Bedingungen nicht ganz entspricht) fände unfehlbar Statt. Dieselbe Bewandtniss hat es mit Linsencombi-

nationen, wie das Pariser *Camera obscura*-Objectiv zeigt. Nur wird die Anordnung des Apparates eine andere.

Die Erzeugung eines gleichartigen Bildes durch diese Mittel ist ein für den praktischen Optiker allerdings sehr bequemer, und in Fällen, wo weder grosse Schärfe, noch Lichtstärke erfordert wird, auch ganz zulässiger Nothbehelf. Allein wo die letzteren zwei Eigenschaften dem Bilde unentbehrlich sind, wo überdiess noch grosses Gesichtsfeld und Treue der Abbildung verlangt wird, wie bei der *Camera obscura* zum Porträtiren, oder dem Meisterstück der Kunst, dem Sonnenmikroskop, da ist man auf die edleren Gebilde der Dioptrik angewiesen, und die sind ohne getrennte brechende oder reflectirende Flächen nicht denkbar, wiewohl das Trennen allein hiezu nicht ausreicht, vielmehr, wie schon oben gesagt wurde, Gruppen zahlreicher Gleichungen durch die Elemente des Linsen- oder Flächensystems erfüllt werden müssen.

Von welcher unberechenbaren Wichtigkeit für die Kunst eine soviel möglich vollständige Entwickelung der Theorie seyn könne, wird dem mathematischen Leser dieses Berichtes schon aus der bisherigen Auseinandersetzung klar seyn. In der That, wie mancher rechnende Optiker mochte wohl irrthümlich bei seinen Untersuchungen auf folgende oder ähnliche Weise schliessend zu Werke gehen. Gewisse Bedingungen sind zu erfüllen, um ein Bild zu dem Zweck oder jenem zu erhalten, muthmasslich soviel an der Zahl. Diess

wird durch wenigstens eben so viele nach Belieben wählbare Krümmungshalbmesser wohl geschehen können, besser mehr als weniger. Die Linsen zu trennen ist unnütz, denn was eine Entfernung thut, kann ja eine Krümmung wohl auch leisten. Die Auflösung dieser Gleichung, oder dieser paar Gleichungen des zweiten Grades liefert mir die Krümmungen, die ein scharfes Bild in der Mitte geben, und die ich nur recht sanft, nahe plan, wenns möglich ist, herauszubekommen suchen werde, um stark convergirende Reihen zu erhalten. Von der Beschaffenheit des Bildes ausser der Mitte weiss ich zwar nichts, als dass meine sanfteren Krümmungen die Reihen convergent machen müssen, und somit die noch unbekannten ferneren Glieder ohnehin nicht viel mehr als gar nichts austragen. Und gesetzt auch, eine kleine Spur von Abweichung bleibe zurück, so messe ich sie ja durch eine nachträgliche ganz genaue trigonometrische Rechnung, die offenbar entscheidender ist, als alle Reihenentwicklung, und redressire dann das Bild durch ganz kleine an die Krümmungshalbmesser angebrachte Correctionen. Mancher mochte noch hinzusetzen: Und plan und gross möchte ich das Bild gern haben, aber a nicht verzogen, denn es soll eine *Camera obscura* oder ein Cometensucher werden. Nun das wird sich ja auch durch kleine Correctionen thun lassen, wenns nicht ohnediess schon vorhanden ist. Leider waren alle diese, wenn auch noch so natürlich scheinenden Schlussfolgerungen von Satz zu Satz lauter Irrthümer, da es oft nicht nur keine kleinen, son-

dern vielmehr gar keine Correctionen gab, die das Erheischte geleistet hätten. Der Rechner fand zwar sehr oft ähnliche, und dennoch blieb das nach solchen mühsamen und langwierigen Rechnungen ausgeführte Linsensystem, wiewohl es nicht schlecht zu nennen war, doch weit unter der davon gehegten Erwartung, und übertraf durchaus nicht die Ergebnisse eines reinen, vielweniger mühsamen Tatonnements. Die Theorie sank in den Augen mancher practischen Optiker im Werthe. Sie sahen mit einer Sorte von Verachtung, wie auf etwas mindestens ganz Unnützes, darauf herab. Auch konnten sie es allerdings entbehren. Ihre in der Meinung des wissenschaftlichen und nicht wissenschaftlichen Publicums am höchsten gestellten Erzeugnisse waren und sind noch immer das gewöhnliche Microscop (*compositum*) und das Fernrohr: Gebilde, zu deren vollkommenen Herstellung die Erfüllung bloss zweier Bedingungen: Farblosigkeit und Schärfe in der Mitte hinreichte, was mit den angewandten Mitteln auf unendlich verschiedene Arten, und um so leichter möglich war, als man diese Bedingungen auf gewisse Weise von einander sondern, und jeder derselben für sich genügen konnte.

In Zukunft wird sich die Sache wohl anders gestalten. Daguerre hat durch seine grosse Erfindung das Reich der tatonnirenden Optik erschüttert, und es geht jetzt allmälig seinem unvermeidlichen Untergange entgegen. Nur in enger Verbrüderung mit der Wissenschaft wird der praktische Optiker den Gipfel der Kunst

ersteigen, weil es schon hinsichtlich eines Bildes der fünften Ordnung ganz unwahrscheinlich ist, durch Heruntappen auf praktischem Wege, die oft im hohen Grade abenteuerlichen Formen zu errathen, die zur Erfüllung von acht Bedingungsgleichungen dienen. Und diess um so mehr, als Linsenverbindungen ganz launenhafte und widerhaarige Gebilde sind, die bei gewissen Anordnungen, in Folge bestehender allgemeiner, meist im Baue complicirter Functionen tief versteckter Gesetze bald gar kein gutes Bild, bald ein unvermeidlich gekrümmtes oder verzogenes geben, und man begreift leicht, dass jener Gesetze Unkenntniss zu grossen vergebenen Mühen und Kosten Veranlassung werden kann. Eines derselben, das auf den geometrischen Ort des Bildes von einem planen, auf die Axe des Systems senkrecht gestellten Gegenstand Bezug hat, soll hier Erwähnung geschehen. Es ist wegen seiner Allgemeinheit, Einfachheit und Eleganz wohl das merkwürdigste der ganzen Dioptrik, und lautet folgendermassen:

Der reciproke Werth des Krümmungshalbmessers des geometrischen Ortes eines solchen Bildes am Scheitel ist gleich der Summe der Producte aus den reciproken Werthen der Brennweiten *) in die recipro-

---

*) Dasjenige, was hier Brennweite genannt wird, hat zur strengen Definition die Gleichung:

$$\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r^1}\right)$$

wo n den Brechungsindex, r und r^1 die Krümmungshalbmes-

ken Werthe der Brechungsverhältnisse der einzelnen Bestandlinsen.

Nennt man demnach diesen Krümmungshalbmesser R, die Brennweiten der einzelnen Linsen p, p^{I}, p^{II}...., die ihnen entsprechenden Brechungsindices n, n^{I}, n^{II}...; so ist dem ausgesprochenen Satze nach:

$$2)\ \frac{1}{R} = \frac{1}{np} + \frac{1}{n^{I}p^{I}} + \frac{1}{n^{II}p^{II}} + \ldots.$$

Will man namentlich ein ebenes Bild, dem $R = \infty$ entspricht, so ist:

$$3)\ \frac{1}{np} + \frac{1}{n^{I}p^{I}} + \frac{1}{n^{II}p^{II}} + \ldots. = 0$$

somit eine gewisse Art von Gleichgewicht nothwendig zwischen Sammel- und Zerstreuungslinsen. Ein Übergewicht von Seite der ersten gibt ein gegen das Linsensystem mit der concaven Seite gekehrtes gebogenes Bild, falls ein solches nach der letzten Brechung auch wirklich zu Stande kömmt, und umgekehrt, wenn das Übergewicht auf die Seite der Zerstreuungslinsen fällt, so ist das Bild wieder gekrümmt, jedoch mit der convexen Seite der Linsencombination zugewendet.

Der Krümmungshalbmesser R ist somit ganz unab-

---

ser der beiden Flächen bedeuten. Diese Brennweite ist somit von der Linsendicke unabhängig, und im allgemeinen verschieden von der Vereinigungsweite paralleler Strahlen. Vielleicht scheint desshalb die Benennung Brennweite nicht ganz an ihrem Platze; sie hat aber bekanntlich sogar in den Elementen schon Bürgerrecht erhalten, und dürfte demnach ohne Noth nicht durch eine andere zu ersetzen seyn.

hängig von den Entfernungen der Linsen von einander, und von ihren Dicken; um ihn zu bestimmen, braucht man gar nichts zu wissen, von der Anordnung des Systems, und der Stellung des fernen oder nahen Gegegenstandes: Es genügt, sämmtliche Brennweiten, und entsprechende Brechungsindices zu kennen.

Dieses Gesetz ist ein spezieller Fall eines allgemeinen, auf ein beliebiges System brechender und reflectirender Flächen anwendbaren, also auch die catoptrischen Instrumente umfassenden, dessen analytischer Ausdruck so aussieht:

$$4)\ \frac{1}{R} = \frac{n-1}{n.r} + \frac{n^{I}-1}{n.n^{I}.r^{I}} + \frac{n^{II}-1}{n.n^{I}.n^{II}.r^{II}} + \frac{n^{II}-1}{n.n^{I}.n^{II}.n^{III}.r^{III}} + \ldots$$

$n\,n^{I}\,n^{II}\ldots$ sind wieder die Brechungsindices von den einzelnen Flächen, von welchen alle auf eine Reflexion an einem Spiegel Bezug habenden den Werth -1 bekommen, und $r\,r^{I}\,r^{II}\ldots$ die bezüglichen Krümmungshalbmesser.

Gehören die Flächen zu zwei und zwei einer Linse, so ist bekanntlich:

$$5)\ n.n^{I} = n^{II}.n^{III} = n^{IV}.n^{V} = \ldots\ldots = 1$$

und setzt man zudem noch:

$$6)\ \frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r^{I}}\right)$$

$$\frac{1}{p^{I}} = (n^{II}-1)\left(\frac{1}{r^{II}} - \frac{1}{r^{III}}\right)$$

$$\frac{1}{p^{II}} = (n^{IV}-1)\left(\frac{1}{r^{IV}} - \frac{1}{r^{V}}\right)$$

$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$

so erhält man:

$$7)\ \frac{1}{R}=\frac{1}{n.p}+\frac{1}{n^{II}.p^{I}}+\frac{1}{n^{IV}.p^{II}}+\ldots$$

das obige, durch die Gleichung 2) ausgedrückte Gesetz.

Wie manchem verständigen Optiker wird beim Lesen dieser Zeilen ein helles Licht aufgehen. Er erfährt nun auf einmal, warum seine Sonnenmikroskopen-Objective ein sehr schlechtes Bild erzeugten. Er gab den Sammellinsen zu sehr den Vorzug.

Man wünscht oft zu einem Fernrohr oder Mikroskopen-Objectiv mehrere, verschiedene Oculare, oder um allgemeiner zu sprechen (da man ähnliches auch bei einer *Camera obscura* verlangen kann) zu einer und derselben ersten Linsencombination mehrere zweite zu besitzen, so zwar, dass jede derselben mit dieser ersten das vollkommenste mögliche, einer bestimmten z. B. 5. Ordnung der Schärfe angehörige Bild liefern. Die Möglichkeit, diess zu leisten, ist wohl keinem Zweifel unterworfen. Es wird offenbar hiezu bloss erfordert, dass jede der zweiten Linsencombinationen die Eigenschaft besitze: Von einem an derselben Stelle, an welche das Bild von beiden fallen soll, befindlichen, und mit demselben gleich gekrümmten Gegenstande ein Bild zu erzeugen von genau derselben optischen Beschaffenheit, und demselben geometrischen Orte mit dem von der ersten Linsencombination allein gemachten. Diese Eigenschaft wird sich aber jener zweiten Linsencombination in der Regel immer, und zwar auf unendlich viele verschiedene Weisen ertheilen lassen, wenn es nur gestat-

tet ist, die hiezu nöthigen optischen Mittel in gehöriger Anzahl und Beschaffenheit in Anwendung zu bringen. Man wird also, namentlich zu einem wie immer gestalteten Fernrohr-Objective stets einen Ocular-Aufsatz berechnen können, der mit jenem zusammengenommen ein Bild liefert, von der gewünschten optischen Vollkommenheit. Es wird hiemit nicht behauptet, dass besagter Aufsatz auch dem Princip der Ökonomie entspreche, und somit praktische Ausführbarkeit besitze. Denn es kann sich z. B. ereignen, dass die Rechnung als Bestandtheil desselben eine Collectivlinse von grosser Öffnung angibt, die sich ganz nahe an das Objectiv vorschiebt, und so gewissermassen einen Theil, nicht des Oculars, sondern vielmehr des Objectivs selbst, zur Aufhebung der Fehler desselben nothwendig, bildet, und man überdiess selbst mit Vortheil hinsichtlich der Qualität des Bildes jene zwei Linsen durch eine einzige ersetzen kann. Ähnliches lässt sich bei Mikroskopen, dunklen Kammern, und überhaupt bei allen optischen Erzeugnissen denken. Soll daher das oben ausgesprochene Problem wissenschaftliches Interesse haben, so muss es auf folgende Weise gestellt werden.

Zu einer und derselben ersten Linsen-Zusammenstellung sind mehrere zweite anzupassen, so zwar, dass sie sämmtlich mit dieser einen ersten ein Bild erzeugen von gegebener Ordnung, wie muss man sowohl diese erste, als auch jene zweiten Linsencombinationen wählen, um den beabsichtigten Zweck mit dem geringsten Aufwande optischer Mittel zu erreichen; etwa mit nur

so vielen, oder mit nur wenig mehr brechenden Flächen, als überhaupt zur Erzeugung eines Bildes von der angegebenen Ordnung erfordert werden, 8 für eines der fünften, 27 für eines der siebenten Ordnung u. s. w.

Die Behufs der Auflösung dieser sehr wichtigen Aufgabe eingeleiteten Untersuchungen gaben zwar keine allgemeinen auf beliebige Systeme brechender und reflectirender Flächen anwendbaren Gesetze, konnten auch schon darum keine geben, weil selbst der Begriff des kleinsten Aufwandes optischer Mittel mit der Natur der Linsencombination sich ändert. So ist z. B. eine zum Objective hinzugesetzte Linse bei einem Fernrohr ein sehr beträchtlicher, bei einem Mikroskope aber ein unbedeutender Mehraufwand. Es führten aber diese Untersuchungen zu nicht uninteressanten, auf Linsensysteme von specieller Natur und gemeinsamen Character Bezug habende, oft sehr einfache Sätze. Zum Belege bloss die Fernröhre, deren characteristische Eigenschaft gewissermassen ihre analytische Definition ist: dass sie sämmtlich Linsencombinationen sind, bei welchen Systeme nahe paralleler Strahlen eintreten, und als solche wieder austreten, die somit von einem sehr weit entfernten Gegenstand ein ebenfalls in grosse Entfernung fallendes Bild erzeugen.

Untersucht man nun, ob hier das Objective mit mehreren gleich gut passenden Ocular-Aufsätzen versehen werden kann, so wird diese Frage mit Ja beantwortet, und man erfährt zugleich in dem einfachsten und speciellsten Falle, wo sowohl Objectiv,

als auch Ocular als achromatisirte Zusammenstellungen aneinanderliegender Linsen vorausgesetzt werden, dass nicht nur alle Oculare sich gegenseitig ähnlich seyen, und so zu sagen nur ein nach verschiedenen Massstäben construirtes Ocular bilden, sondern auch eine Ähnlichkeit mit dem Objective vorhanden sei, so zwar, dass jedes Ocular als das verkleinerte und umgekehrte Objectiv erscheint, und dass man alle Krümmungshalbmesser des ersten aus jenem des letzten durch Multiplication mit einem positiven oder negativen Bruche erhält, jenachdem man ein astronomisches oder galiläisches Fernrohr haben will. Diese letztere Ähnlichkeit ist eine unmittelbare Folge der ersteren zwischen den Ocularen selbst, und es gehören nur geringe optische Kenntnisse dazu, um, die Möglichkeit eines gleich guten Anpassens mehrerer ähnlicher Oculare zu einem und demselben Objective vorausgesetzt, den populären Beweis zu führen, dass jene Oculare sämmtlich auch dem Objective ähnlich, und mit in entgegengesetzter Ordnung gestellten Krümmungen versehen seyn müssen.

Eine detaillirte Auseinandersetzung jedoch der Resultate dieser Untersuchung liegt ausser dem Zwecke des gegenwärtigen Berichtes. Sie würde in weitläufige Beschreibungen dioptrischer Apparate verwickeln. Wir achten es daher für zweckmässiger eine solche einem der späteren Berichte einzuverleiben, die hoffentlich bald auf diesen folgen, und einzelne, prac-

tisch ausgeführte Rechnungsresultate zum Gegenstand haben werden.

Noch ein allgemeines Problem hat die analytische Optik, mit dessen Auflösung wir uns nothwendigerweise beschäftigen mussten.

Zur Erlangung nämlich eines Bildes von bestimmter Ordnung ist immer eine gewisse Anzahl optischer Elemente, d. h. brechender Flächen und Abstände derselben von einander erforderlich. Allein mit dieser Anzahl lässt sich nicht bloss ein, sondern vielmehr unendlich viele von einander verschiedene, wiewohl derselben Ordnung angehörige Bilder erhalten. Eines derselben bekömmt man, alle Coefficienten der Abweichungsglieder niederer Ordnungen gleich Null setzend, und noch unzählige andere, indem man jene Coefficienten von Null verschieden, jedoch so klein macht, dass alle obgenannten Abweichungsglieder der Ordnung des Bildes angehören. Alle diese Bilder erfordern nun denselben Aufwand, und sind doch an Güte oft sehr von einander verschieden. Es ist somit eine wichtige Aufgabe, von ihnen das Beste zu wählen.

Um diess zu leisten, wird man offenbar so verfahren können: Man wird damit anfangen, alle Coefficienten der Glieder niederer Ordnungen wirklich gleich Null zu setzen, und so Gleichungen erhalten, aus denen die Elemente einer Linsencombination hervorgehen, die wirklich ein Bild der erheischten Ordnung, aber nicht das beste mögliche, mit diesen Mitteln erreichbare erzeugt, weil man immer ein besseres erlangen wird,

jene Coefficienten von Null verschieden, sehr klein und so wählend, dass sämmtliche überbleibende Glieder der Abweichung für gewisse Puncte des Bildes und gewisse Strahlen sich gegenseitig aufheben, und für andere Puncte und andere Strahlen sehr vermindern. Geringe an den Elementen des Linsensystems angebrachte Correctionen werden hiezu hinreichen; nur wird man durch schickliche Wahl derselben dafür sorgen müssen, dass 1. die Maxima der übrig bleibenden Abweichungen unmerklich seien, 2. der beabsichtigte Effect des Linsensystems, mit besonderer Berücksichtigung des Haupteffectes, der bald Lichtstärke, bald Vergrösserung, bald Gesichtsfeld, bald mehrere dieser Eigenschaften zusammengenommen, insofern als sich selbe nicht gegenseitig ausschliessen, ist, auf die vollkommenste mögliche Weise erreicht werde. Eine solche Ausgleichung der unvermeidlichen Fehler eines Linsensystems ist für die Ausführung von unberechenbarer Wichtigkeit. Sie setzt in der Regel den Betrag derselben auf einen geringen Bruchtheil ihres Werthes herab, und macht sehr oft eine Linsencombination, die ohne derselben entweder gar nicht, oder nur in sehr geringen Dimensionen ausführbar wäre, für alle im Bereiche des Nützlichen liegenden Fälle praktisch möglich.

Die Betrachtung der sphärischen Breitenabweichung in der Axe des Linsensystems dürfte am geeignetesten seyn, über das Wesen des in Rede stehenden Ausgleichungsproblems, welches hier gerade in seiner einfachsten Form erscheint, ein helleres Licht

zu verbreiten. Der Ausdruck dieser Abweichung als Function der Coordinate x des Einfallspunctes ist von folgender Form:

$$8)\ \zeta = A_1 x^3 + A_2 x^5 + A_3 . x^7 + \ldots . + A_n . x^{2n+1} + \ldots .$$

Kennt man den allgemeinen Werth von A, so ist man im Stande, durch schickliche Wahl eines einzigen dioptrischen Elementes $A_1 = 0$ zu machen, und so das Bild in der Mitte des Gesichtsfeldes zur fünften Ordnung zu erheben, da die übrig bleibende Abweichung:

$$9)\ \zeta' = A_2 x^5 + A_3 x^7 + \ldots$$

der fünften Grössenordnung angehört. Diese stellt sich nun im Bereiche actualer Werthe von x, denen wirklich einfallende und durchgelassene Strahlen entsprechen, meistentheils als mit x fortwährend wachsend, und somit für die Randstrahlen am grössten dar. Und man wird immer ein besseres Bild der fünften Ordnung, d. h. ein solches, bei welchem das Maximum der übrig bleibenden Abweichung geringer ist, ohne Mehraufwand dioptrischer Mittel und durch nur geringe Correctionen erhalten können, dadurch dass man A_1 von der Nulle verschieden, jedoch klein von der zweiten Ordnung und so wählt, dass $A x^3$ für einen gewissen etwa dem Rande des Objectivs entsprechenden Werth von x die Summe aller in der Reihe für ζ folgenden Glieder aufhebt. Hierdurch wird die Abweichung der Randstrahlen auf Null reduzirt, und die der übrigen wesentlich vermindert. Die hier vorausgesetzte Kenntniss der Summe jener übrigen Glieder kann man entweder aus der bekannten

Ergänzung der Reihe, oder durch trigonometrisches Durchrechnen durch alle brechenden Flächen erworben haben. Insofern ist diese Ausgleichungsmethode durchaus nicht neu, sondern von rechnenden Optikern schon vielfach gebraucht.

Kennt man aber nicht bloss den analytischen Ausdruck von A_1, sondern auch jenen der übrigen Coefficienten:

$$A_2, A_3 \ldots A_{n-1}, A_n$$

so wird man im Stande seyn, durch schickliche Wahl von (n—1) dioptrischen Elementen

$$10) \quad A_1 = A_2 = A_3 = \ldots A_{n-1} = 0$$

zu machen, und so ein Bild von der (2n+1) Ordnung zu erhalten, aber nicht das vollkommenste mit denselben Mitteln erreichbare. Geringe nämlich an die aus den Gleichungen (10) hervorgehende Werthe angebrachte Variationen werden immer hinreichen, die genannten Abweichungs-Coefficienten:

$$A_1, A_2, A_3 \ldots A_{n-1}$$

von Null verschieden, und beziehungsweise der

$$(2n-2), (2n-4), (2n-6) \ldots 2$$

Ordnung angehörig zu machen, so zwar, dass die unvermeidlich übrig bleibende Abweichung für n—1 verschieden x entsprechenden Strahlen ganz vernichtet, für die übrigen aber sehr vermindert wird. Die vortheilhafteste Weise nun, diess zu veranstalten, nicht nur für Puncte in der Axe des Linsensystems, sondern

auch ausserhalb derselben, ist der Gegenstand der allgemeinen Ausgleichungstheorie.

Es versteht sich von selbst, dass das Vorhandenseyn solcher kleiner Correctionen vorläufig bewiesen, und ausser Zweifel gesetzt seyn muss, was übrigens keiner Schwierigkeit unterliegt, unter folgender dreifacher Voraussetzung: 1. dass die Reihen convergiren, 2. dass ihre Coefficienten wenigstens in der Nähe des Werthes 0 stätig sind, 3. dass sie sich durch reele Werthe der darin enthaltenen Grössen auf Null bringen lassen, und dass eben jene Werthe bekannt seien. Unter diesen Voraussetzungen wird es immer kleine Verbesserungen der Elemente des Linsensystems geben, durch welche die fraglichen Coefficienten kleine positive oder negative Werthe erhalten, dergestalt, dass der Gesammtbetrag der Abweichung für gewisse n—1 Werthe von x verschwinden, d. h. dass die Gleichung:

$$11)\quad A_1 + A_2 x^2 + A_3 x^4 + \ldots + A_{n-1} x^{2n-4} + A_n x^{2n-2} + \ldots = 0$$

n—1 kleine Wurzeln bekomme, weil sich leicht zeigen lässt, dass das Vorhandenseyn einer kleinen Wurzel durch ein sehr kleines A_1 bedingt sei, das Vorhandenseyn zweier durch das sehr klein werden von A_1 und A_2 u. s. w. Will man aber die Abweichung für mehrere Strahlen vernichten, ohne die allgemeinen Werthe einer entsprechenden Menge von Coefficienten zu kennen, so kann die Rechnung allerdings illusorisch werden.

Dieser letzte ausgleichende Theil der optischen Theorie ist der mit den geringsten Schwierigkeiten verknüpfte, aber auch an schönen Resultaten ärmste, was übrigens seiner grossen praktischen Wichtigkeit durchaus keinen Eintrag thut. Jede optische Rechnung wäre unvollständig ohne denselben. Er enthält die Bestimmungen der zulässigen Grösse des Gesichtsfeldes, der Lichtstärke, Vergrösserungszahl u. s. w.

Und hiermit glauben wir einen genügenden Begriff von dem Umfange und Gehalte unserer dioptrischen Arbeiten gegeben zu haben. Man sieht, wir haben uns bemüht dem höchsten Vertrauen dadurch zu entsprechen, dass wir dasjenige zu leisten suchten für die analytische Optik, was die Mécanique céleste ist im Vergleiche mit ihrer ersten Approximation, der Theorie der elliptischen Bewegung, da wir wohl fühlten, dass nur eine solche Arbeit jenem ehrenvollen höchsten Vertrauen würdig entsprechen könne. Dass die Grösse und Schwierigkeit der Aufgabe im Missverhältnisse stehe mit unseren schwachen, durch heterogene, vielfache Unterbrechungen verursachende Geschäfte, zersplitterten Kräften wird uns wohl einige Nachsicht erwerben, wenn diese Arbeiten einen langsameren Gang zu gehen scheinen sollten. Und in der That, wieviel auch schon im Verlaufe dieser zwei Jahre gethan seyn mag, so bleibt doch noch sehr viel, hinsichtlich der praktischen Tabellenrechnung sowohl, als auch der theoretischen Ausbildung zu thun übrig, und unsere Arbeiten sind noch weit von ihrem endlichen Ziele entfernt; denn haben

wir auch unseren Entwicklungen einen Umfang ertheilt, wie er sich nur je einmal nutzbringend erweisen kann, sind gleich unsere Resultate an einfachen und eleganten Gesetzen reich, und durch analytische Formen repräsentirt von einer Symmetrie und Durchsichtigkeit, wie man sie sonst auf diesem Felde nicht gewohnt war, ist es uns gleich gelungen, aus unseren Methoden das Verwickelte und Tiefsinnige grossentheils zu entfernen, und mit dem Einfachen zu ersetzen, und war endlich unser Augenmerk stets auf die hier besonders nothwendige mathematische Strenge gerichtet: so wird doch die vollständige bisher noch nicht vollendete Entwicklung aller Bedingungsgleichungen des Vorhandenseyns eines Bildes der 9. Ordnung noch so manche langwierige Rechnungen kosten, aus denen sich hoffentlich noch mancher schöne, hinter langen Ausdrücken versteckte Satz ergeben dürfte. Es werden sich überdiess vermuthlich hie und da kürzere Wege auffinden lassen, zu denselben Resultaten zu gelangen, und manche noch bestehende Lücken auszufüllen. Endlich bleibt noch übrig an das Ganze die letzte Feile zu legen, eine langwierige Arbeit, bei der es sich nicht mehr um neue Wahrheiten handelt, sondern um die Form, in welcher die schon gefundenen gegeben werden sollen.

Andererseits ist nicht zu verkennen, dass die analytische Optik keine Wissenschaft sei, wie die reine Mathematik, die überhaupt die Vervollkommnung einer grossen und mächtigen Denkmaschine, ohne Rücksicht auf den verarbeiteten Stoff zum Zwecke hat, wenn

ihr gleich Methoden eigenthümlich angehören sollten, die sich auch auf einem anderen Felde als nutzbringend erweisen können; auch keine solche, wie die Physik oder Astronomie, deren Gegenstand die Gesetze der Natur und der Bau des Universums ist; sie erörtert vielmehr nur die Eigenschaften gewisser Gebilde von Menschenhand, die offenbar bloss insofern Werth haben können, als sie zur Förderung der Kunst und Wissenschaft, oder Erreichung anderweitiger nützlicher Zwecke, Erhöhung socialer Vergnügen u. s. w. dienen. Bekäme ein Mathematiker den Einfall, eine Dioptrik für ein erdachtes, in der Natur nicht stattfindendes Brechungsgesetz zu construiren, so würde man solch ein Beginnen mit Recht als ein sehr unkosmopolitisches Privatvergnügen des Mannes ansehen, wie elegant auch die Resultate seiner Untersuchungen seyn mögen.

Hier ist demnach der Werth der Wissenschaft wesentlich an die Erfolge der mit ihr verbundenen, durch sie erzeugten und ausgebildeten Kunst geknüpft. Nicht darum hat der Mathematiker in der analytischen Optik nach Gesetzen von einfachem und elegantem Ausdruck, nach symmetrischen und durchsichtigen Formeln, nach guten, streng wissenschaftlichen Methoden zu suchen, weil solchen wie in vielen anderen Wissenschaften ein absoluter Werth zukömmt, sondern weil sie zur Beherrschung des Stoffes dienen, die Erreichbarkeit vorliegender Zwecke mit den gehörigen Mitteln ausser allen Zweifel stellen, die vielen zu erfüllenden Gleichungen in Gruppen zerlegen, und somit das Eliminiren aus

denselben vereinfachen helfen; mit einem Worte, weil die Einfachheit und Strenge der Theorie die Einfachheit und Sicherheit practischer Rechnungen unmittelbar nach sich zieht. Gerechnete Tabellen für Linsencombinationen, zu verschiedenen nützlichen Zwecken, aus den gewöhnlich vorkommenden Glasarten sind daher ein wesentlicher Bestandtheil einer ähnlichen Arbeit, wie die in Rede stehende; Tabellen, von denen der praktische Künstler nicht nur die genau angegebenen Elemente des Linsensystems, sondern auch die Kenntniss des Einflusses, den ein geringer in einem derselben gemachter Fehler auf die Beschaffenheit des Bildes übt, verlangt, um auf die empfindlichsten Theile mehr Aufmerksamkeit verwenden zu können, und zugleich diejenigen Elemente kennen zu lernen, durch deren geringe Änderung ein kleiner, aus mannigfachen Ursachen zurückbleibender Fehler am schicklichsten aufgehoben werden kann. Hiezu sind nun in der Regel Entfernungen und Linsendicken am tauglichsten. Und so stellen sich letztere als für den Praktiker sehr wichtige Elemente heraus, wiewohl der Rechner aus ihnen meist gar keinen Nutzen zu ziehen vermag, da sie sich der Rolle, die zu spielen ihnen auferlegt wird, durch die Weigerung entziehen, auch nur mässig gross oder sehr klein oder gar null oder negativ zu werden.

Solche Tabellen nun, auf alle in der ausübenden Optik gewöhnlichen Crown- und Flintglassorten ausgedehnt, haben wir für 15 verschiedene Linsencombinationen mit Bildern der 5. Ordnung berechnet. Sie zer-

fallen in drei grosse Familien, nämlich: Fernrohr, *Camera obscura* und Mikroskop, von denen der letzteren die meisten, nämlich 7 Combinationen zufallen. Die vielen hierauf bezüglichen Rechnungen sind bei vielen schon beendet, bei den übrigen der Beendigung nahe. In eine detaillirte Beschreibung dioptrischer Instrumente soll sich gegenwärtiger Aufsatz nicht einlassen. Bei dem Herannahen jedoch der günstigen Jahreszeit für Versuche mit Sonnenlicht wollen wir alsobald zur praktischen Ausführung jener Rechnungsresultate schreiten, wo sich dann die beste Gelegenheit ergeben wird, in einer Reihe ähnlicher Berichte, wie gegenwärtiger, die speciellen Eigenthümlichkeit der oben erwähnten 3 Familien sowohl, als auch die der einzelnen Individuen, ihren Bau, Bestimmung u. s. w. zu erörtern. Rechnungen für Linsenverbindungen mit Bildern höherer Ordnungen sind bereits eingeleitet.

Es kann hier nicht unbemerkt bleiben, dass derselbe Gegenstand bereits und zwar in der neuesten Zeit die Aufmerksamkeit von mehreren berühmten Gelehrten auf sich gezogen habe. Grosse Männer, wie Gauss, Biot und etwas später Bessel und Grunert, endlich in noch höherem Grade der Entwicklung Schleiermacher haben sich mit dieser so zu sagen noch jungfräulichen Wissenschaft beschäftiget, ein Umstand, der uns schon desshalb mit Vergnügen erfüllt, weil er unsere Meinung für die Wichtigkeit des Gegenstandes zu bestätigen scheint. Es kann hier von den mehr oder weniger verschiedenen Gesichtspuncten, aus welchen diese gelehr-

ten Arbeiten unternommen wurden, und den Vorzügen derselben begreiflicherweise keine Rede seyn, und es versteht sich von selbst, dass in gegenwärtigem Aufsatze nur derjenigen Resultate Erwähnung geschehe, die unserem besten Wissen zufolge uns eigenthümlich, und in den obenerwähnten Arbeiten nicht enthalten sind.

Gedruckt bei A. Strauss's sel. Witwe & Sommer.

